

(10 pontos)

1. Sabendo que $\operatorname{sen} \beta = -\frac{2}{5}$ e que $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{2}$, determina o valor exacto de $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$.

Como o seno de β é negativo, nas condições do enunciado β é do 3º quadrante; $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \cos \beta$

$$\operatorname{sen}^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Leftrightarrow \left(-\frac{2}{5}\right)^2 + \cos^2 \beta = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \beta = 1 - \frac{4}{25} \Leftrightarrow \cos^2 \beta = \frac{21}{25} \Leftrightarrow \cos \beta = \pm \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Como no 3º Q o cosseno é negativo temos $\cos \beta = -\frac{\sqrt{21}}{5}$. Assim, $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \cos \beta = -\frac{\sqrt{21}}{5}$

(10 pontos)

2. Simplifica a expressão $2\operatorname{sen}(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(2\pi - x)$, apresentando as justificações no círculo trigonométrico.

$$2\operatorname{sen}(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(2\pi - x) = 2\operatorname{sen}x - \operatorname{sen}x + \cos x = \operatorname{sen}x + \cos x$$

1. Sabendo que $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ e que $\pi < \alpha < 2\pi$, determina o valor exacto de $\operatorname{tg}(\pi - \alpha)$.

Como o cosseno de α é positivo, nas condições do enunciado α é do 4º quadrante; $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} \Leftrightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\frac{9}{16}} - 1 \Leftrightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{16}{9} - 1 \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

Como no 4º Q a tangente é negativa temos $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{3}$. Assim, $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$

(10 pontos)

2. Simplifica a expressão: $\operatorname{sen}(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cos(2\pi + x)$, apresentando as justificações no círculo trigonométrico.

$$\operatorname{sen}(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cos(2\pi + x) = -\operatorname{sen}x + \operatorname{sen}x + 2\cos x = 2\cos x$$