

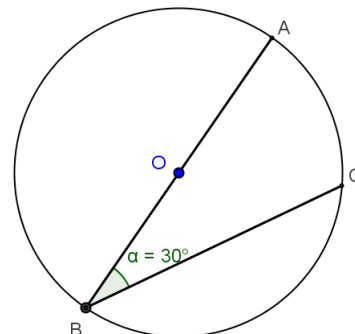
GRUPO I

1. Na figura ao lado está representada uma circunferência de centro O.

- [AB] é um diâmetro;
- [BC] é uma corda com 2 cm de comprimento.;
- O ângulo ABC tem amplitude 30° .

O raio desta circunferência mede:

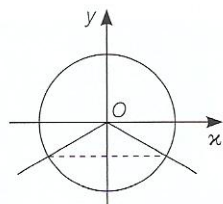
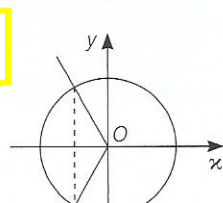
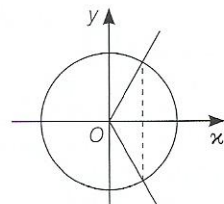
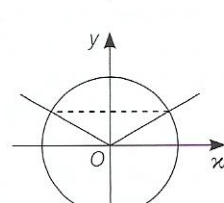
- (A) 4 cm (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm (C) 2 cm (D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm



2. Seja $\beta \in]\frac{\pi}{2}, \pi[$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) $\text{sen}\beta \times \cos\beta > 0$ (C) $\cos\beta \times \text{tg}\beta < 0$
 (B) $\frac{\cos\beta}{\text{sen}\beta} > 0$ (D) $\text{sen}\beta \times \text{tg}\beta < 0$

3. Qual das seguintes representações gráficas traduz as soluções da equação $2\cos x + 1 = 0$ no intervalo $]-\pi, \pi[$?

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

4. Um relógio marcava 10 horas e 10 minutos. O ponteiro dos minutos rodou -450° .
Que horas marca agora o mesmo relógio?

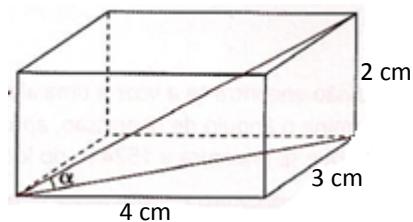
(A) 10h25

(B) 11h10

(C) 11h25

(D) 11h30

5. A amplitude, aproximada à décima do grau, do ângulo α formado pelas diagonais do paralelepípedo da figura, é igual a:



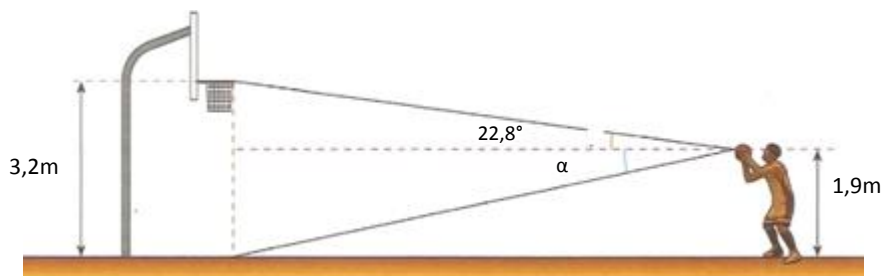
- (A) $66,4^\circ$ (B) $23,6^\circ$ (C) $37,1^\circ$ (D) $21,8^\circ$

Grupo II

Responde a cada uma das questões seguintes, apresentando todos os cálculos que tiveres de efectuar e justificando todas as respostas.

Nota: Sempre que, para um dado resultado, não for indicada a aproximação pedida, pretende-se o **valor exato**.

6. Na figura ao lado, um jogador prepara-se para encestar. De acordo com os dados da figura, determina o ângulo α assinalado na figura. Apresenta o resultado arredondado às décimas.



$$3,2 - 1,9 = 1,3\text{m}$$

$$\text{tg}(22,8^\circ) = \frac{1,3}{x} \Leftrightarrow x \approx 3,093 ; \text{tg}(\alpha) = \frac{1,9}{3,093} ; \text{tg}^{-1}\left(\frac{1,9}{3,093}\right) \approx 31,6^\circ ; \alpha = 31,6^\circ$$

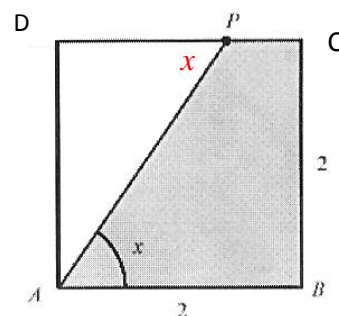
7. Determina o **valor exato** da expressão $\text{tg}\left(-\frac{5\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{15\pi}{4}\right) - \text{sen}\left(\frac{5\pi}{3}\right)$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{6} = \frac{-3\sqrt{2} + 5\sqrt{3}}{6}$$

8. Na figura ao lado, está representado o quadrado $[ABCD]$ de lado 2. Considera que um ponto P se desloca ao longo do lado $[CD]$, nunca coincidindo com o ponto C , nem com o ponto D .

Para cada posição do ponto P , seja x a amplitude, em radianos, do

ângulo BAP $\left(x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]\right)$.



8.1. Mostra que o perímetro do quadrilátero [ABCP] é dado por $P(x) = 6 - \frac{2}{\operatorname{tg}x} + \frac{2}{\operatorname{sen}x}$.

$$P(x) = 2 + 2 + \overline{PC} + \overline{AP} ; \quad \operatorname{sen}x = \frac{2}{\overline{AP}} \Leftrightarrow \overline{AP} = \frac{2}{\operatorname{sen}x} ; \quad \operatorname{tg}x = \frac{2}{\overline{DP}} \Leftrightarrow \overline{DP} = \frac{2}{\operatorname{tg}x}$$

$$P(x) = 2 + 2 + 2 - \frac{2}{\operatorname{tg}x} + \frac{2}{\operatorname{sen}x} \Leftrightarrow P(x) = 6 - \frac{2}{\operatorname{tg}x} + \frac{2}{\operatorname{sen}x}$$

8.2. Determina o valor exato do perímetro do quadrilátero [ABCP] quando $x = \frac{\pi}{3}$.

$$P\left(\frac{\pi}{3}\right) = 6 - \frac{2}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}\right)} + \frac{2}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)} \Leftrightarrow P\left(\frac{\pi}{3}\right) = 6 - \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow P\left(\frac{\pi}{3}\right) = 6 - \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$P\left(\frac{\pi}{3}\right) = 6 + \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow P\left(\frac{\pi}{3}\right) = 6 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

9. Na figura está representado o ângulo α , no círculo trigonométrico, de lado extremidade $\dot{O}A$. O ponto A tem abcissa $-0,8$.

Determina o valor exato de :

9.1.

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow (-0,8)^2 + \operatorname{sen}^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \operatorname{sen}^2\alpha = 0,36 \Leftrightarrow \operatorname{sen}\alpha = \pm 0,6$$

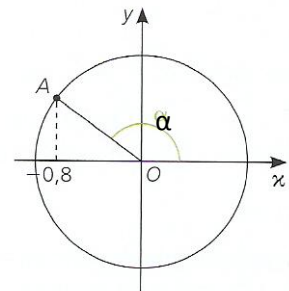
Como α pertence ao 2º quadrante, $\operatorname{sen}\alpha = 0,6$

$$\operatorname{sen}(\alpha - \pi) = -\operatorname{sen}\alpha = -0,6$$

9.2.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{0,6}{-0,8} \Leftrightarrow \operatorname{tg}\alpha = -0,75$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha = 0,75$$

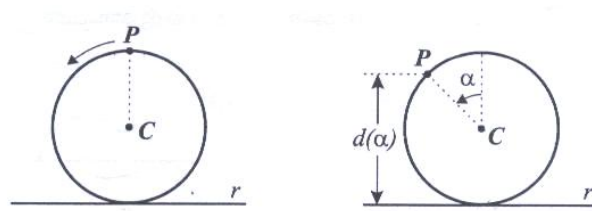


10. Resolve, em R , as equações:

10.1. $2\operatorname{sen}(x) = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \operatorname{sen}x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

10.2. $\operatorname{tg}(3x) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow 3x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

11. Considera uma circunferência de centro C e raio 1, tangente a uma reta r . Um ponto P começa a deslocar-se sobre a circunferência, no sentido indicado na figura. Inicialmente, o ponto P encontra-se à distância de 2 unidades da reta r .



Seja $d(\alpha)$ a distância de P a r , após uma rotação de amplitude α .

Qual das igualdades seguintes é verdadeira para qualquer número real positivo α ?

- (A) $d(\alpha) = 2 + \text{sen} \alpha$ (B) $d(\alpha) = 2 - \text{sen} \alpha$ (C) $d(\alpha) = 1 + \cos \alpha$ (D) $d(\alpha) = 1 - \cos \alpha$

Num pequeno texto, indica as razões que te levaram a rejeitar as restantes expressões.

De acordo com as condições da questão rejeito a opção (A), pois $d(90^\circ) = 2 + \text{sen}90^\circ = 3$ e deveria ser 1, que é a distância de C a r . Rejeito a opção (B), uma vez que $d(180^\circ) = 2 - \text{sen}180^\circ = 2$ e deveria ser zero, já que o ponto P se encontra em cima da reta r . Finalmente rejeito a opção (D) por se verificar que $d(0^\circ) = 1 - \cos 0^\circ = 0$ e deveria ser 2 que é o diâmetro. A opção correta é a (C).

Cotações:

Grupo I: 10 pontos cada questão;

Grupo II:

6.	7.	8.1.	8.2.	9.1	9.2	10.1	10.2	11.
20	15	20	15	15	15	15	15	20