

Proposta de Resolução do Exame de **M**atemática **A**plicada às **C**iências **S**ociais

Cód. 835 - 1ª Fase 2012

19 de Junho

1.1. Para determinar a candidata escolhida aplicando o método descrito é necessário considerar todos os confrontos possíveis entre duas das três candidatas: Maria e Fernanda, Maria e Luísa; Luísa e Fernanda. Uma vez que já nos é dado o resultado do confronto entre a Maria e a Fernanda resta agora considerar os dois casos restantes:

- escolhem-se as candidatas Maria (M) e Luísa (L), e elabora-se uma nova tabela apenas com estas duas candidatas:

	1500 votos	2100 votos	1000 votos	1500 votos
1ª linha	M	L	L	M
2ª linha	L	M	M	L

contabilizando apenas a primeira linha, a candidata com maior número de votos é a **Luísa** com 3100 votos contra 3000, logo é a vencedora;

- repetindo o processo para o par de candidatas Luísa (L) e Fernanda (F), a tabela é a seguinte:

	1500 votos	2100 votos	1000 votos	1500 votos
1ª linha	L	L	F	F
2ª linha	F	F	L	L

contabilizando apenas a primeira linha a candidata com maior número de votos é a **Luísa** com 3600 votos contra 2500, logo é ela a vencedora desta comparação.

Desta forma a candidata Luísa deverá ser a candidata escolhida para a presidência da comissão organizadora por ser a vencedora em todas as comparações das quais faz parte.

1.2. Para proceder ao apuramento do número de convites distribuídos, aplicando o método descrito, registaram-se os cálculos e os valores na tabela seguinte:

Aldeia	A	B	C	D
Número de habitantes	4000	3800	3200	2500
Divisor padrão	$\frac{4000 + 3800 + 3200 + 2500}{360} = \frac{13500}{360} = 37,5$			
Quota padrão	$\frac{4000}{37,5} \approx 106,67$	$\frac{3800}{37,5} \approx 101,33$	$\frac{3200}{37,5} \approx 85,33$	$\frac{2500}{37,5} \approx 66,67$
L	106	101	85	66
$\sqrt{L \times (L + 1)}$	$\sqrt{106 \times 107} \approx 106,50$	$\sqrt{101 \times 102} \approx 101,50$	$\sqrt{85 \times 86} \approx 85,50$	$\sqrt{66 \times 67} \approx 66,50$
Quota padrão arredondada	1+106=107	101	85	1+66=67
Soma das quotas padrão arredondadas	107+101+85+67=360			

Como a soma das quotas padrão arredondadas é igual ao número de convites, o método dá-se por finalizado, sendo atribuídos 107 convites à aldeia A, 101 convites à aldeia B, 85 convites à aldeia C e 67 convites à aldeia D.

2. Para averiguar a veracidade da informação, aplicamos o algoritmo nos dois casos:

- A estrada que liga A a B está transitável:

Passo 1: Vila de Freixo

Passo 2: Seleciona-se a aldeia A (distância 18 Km)

Passo 3: Selecciona-se a aldeia B (distância 28 Km)

Passo seguinte: Selecciona-se a aldeia D (distância 32 Km)

Passo seguinte: Selecciona-se a aldeia C (distância 48 Km)

Passo seguinte: Regressa-se à vila de Freixo (distância 20 Km)

Total de quilómetros percorridos: $18+28+32+48+20= 146$

- A estrada que liga A a B não está transitável:

Passo 1: Vila de Freixo

Passo 2: Selecciona-se a aldeia A (distância 18 Km)

Passo 3: Selecciona-se a aldeia D (distância 30 Km)

Passo seguinte: Selecciona-se a aldeia B (distância 32 Km)

Passo seguinte: Selecciona-se a aldeia C (distância 36 Km)

Passo seguinte: Regressa-se à vila de Freixo (distância 20 Km)

Total de quilómetros percorridos: $18+30+32+36+20= 136$

Assim, o percurso alternativo, utilizado sem recurso à estrada que liga A a B tem uma extensão inferior ao percurso escolhido no caso da estrada que liga A a B estar transitável, pelo que a informação constante no anúncio é **falsa**.

3.1 Para determinar o valor do aumento registado entre o quinto e o sexto mês, calcula-se:

$$N(5) = 4,8 \times 3^{0,15 \times 5} \approx 10,942$$

$$N(6) = 4,8 \times 3^{0,15 \times 6} \approx 12,902$$

Seguidamente, a diferença entre os volumes de vendas registadas:

$$N(6) - N(5) \approx 12,902 - 10,942 \approx 1,96$$

Podemos concluir que as vendas de telemóveis entre o quinto e o sexto mês aumentaram 1,96 milhares.

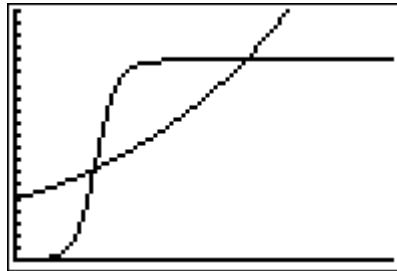
3.2. O modelo sugerido para $V(t)$ é um modelo logístico. Introduzindo nas listas da calculadora os respectivos valores de t (em meses) e de V (em milhares), e realizando uma regressão logística obtém-se os seguintes valores

$$a \approx 2414,66$$

$$b \approx 3,10$$

$$\approx 15,79$$

3.3. Introduzindo no editor de funções da calculadora as expressões indicadas para $N(t)$ e $V(t)$, obtém-se a seguinte representação gráfica, a partir de uma janela de visualização para valores de x entre 0 e 12, ou seja para uma escala temporal dos 12 primeiros meses, e para valores de y entre 0 e 20, ou seja para volumes de vendas inferiores a 20 mil unidades.



Pela análise do gráfico pode-se constatar que a afirmação é falsa porque embora seja verdade que o número de telemóveis vendidos é superior ao número de computadores nos dois primeiros meses (por a curva referente a $N(t)$ estar acima da referente a $V(t)$), a partir do terceiro mês a curva que representa $V(t)$ permanece acima da curva que representa $N(t)$ apenas por algum tempo (do 3º ao 8º mês aproximadamente), voltando a ser inferior durante o oitavo mês; ou seja, o número de computadores vendidos volta a ser menor que o número de telemóveis vendidos ao fim de alguns meses, tal como acontece nos dois primeiros meses.

4.1 O cálculo da média resulta da multiplicação das idades pelo número de alunos respetivo, dividindo este produto pelo número total de alunos:

$$\frac{14 \times 6 + 15 \times 10 + 16 \times 6 + p \times 2}{6 + 10 + 6 + 2} = \frac{330 + 2p}{24}$$

assim, como a média calculada foi de 48,5, temos que:

$$\frac{330 + 2p}{24} = 48,5$$

Ou seja, $330 + 2p = 48,5 \times 24 = 1164$:

Donde

$$2p = 1164 - 330 = 834$$

Ou seja

$$p = \frac{834}{2} = 417$$

O número que a Maria escreveu, incorretamente, foi 417.

4.2. Insere-se nas listas da calculadora os valores relativos ao gráfico 1 do seguinte modo:

Em L1 o número de irmãos: 0, 1, 2, 3, 4, 5

Em L2: o número de alunos com 0, 1, 2, 3, 4, 5 irmãos respectivamente

L1	L2	L3	Z
0	2		
1	3		
2	4		
3	5		
4	6		
5	7		
-----	-----		
L2(?) =			

Obtendo-se,

Média = 2,125

Desvio padrão \approx 1,569

Relativamente aos valores apresentados na tabela 7, define-se na calculadora

Lista L1 - número de irmãos: 0, 1, 2, 3, 4, 5

Lista L3 - número de alunos com 0, 1, 2, 3, 4, 5 irmãos respectivamente

L1	(...)	L3	Z
0		1	
1		4	
2		14	
3		4	
4		1	
5		0	
-----	-----	-----	
L3(?) =			

Obtendo-se,

Média = 2

Desvio padrão \approx 0,834

Uma vez que a variabilidade em relação à média de um conjunto de dados é medida pelo desvio padrão, conclui-se que a amostra apresentada na Tabela 7 tem uma maior variabilidade em relação à média do que a apresentada no gráfico 1, por o desvio padrão ser maior.

4.3 Pela análise dos gráficos das opções II e III é possível estimar os valores médios, correspondendo aos valores com maior frequência, por serem distribuições aproximadamente simétricas. Assim, a média da distribuição da opção II é aproximadamente igual a 10 e a média da distribuição da opção III é aproximadamente igual a 8.

Nas condições do enunciado, a média da escola C terá que ser superior em 2 valores à da escola A, logo a opção II corresponderá à escola C, que tem uma média superior em dois valores à que corresponde à opção III, que representará a escola A.

Analisando os dados do enunciado a média da escola B, será cerca de duas vezes superior à média dos resultados da escola A, ou seja o dobro de 8, aproximadamente, o que é coerente com o gráfico da opção I, pelo que a escola B corresponde à opção I, por ser aproximadamente 16 o valor com maior frequência e a assimetria da curva não ser muito pronunciada.

4.4. Para a determinação do valor de n considera-se:

$$z = 1,960$$

$$\sigma = 3$$

Se se pretende que a amplitude do intervalo de confiança seja no máximo de 2 valores, isso significa que a margem de erro (dada pela semi-amplitude do intervalo de confiança) terá que ser inferior ou igual a 1.

Ora a margem de erro é dada pela expressão

$$z \times \frac{\sigma}{n}$$

Neste caso pretende-se que

$$z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 1 \Leftrightarrow 1,960 \times \frac{3}{\sqrt{n}} \leq 1$$

Simplificando a expressão,

$$\frac{3}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{1,960} \Leftrightarrow \sqrt{n} \leq 3 \times 1,960 \Leftrightarrow \sqrt{n} \leq 5,88$$

Ora, sendo n um número positivo, $\sqrt{n} \leq 5,88$ se e só se $n \leq 34,5744$

Assim, a dimensão mínima da amostra para que a amplitude seja inferior a 2 terá de ser 35.

5.1. Considerando um quarto dos 23% da produção de centeio podemos calcular a produção que é transacionada no mercado interno (5,75%) e concluir que os restantes (17,25 %) são transacionados no mercado externo:

	Centeio	Milho	Trigo	Total
Mercado externo	$23\% - 5,75\% = 17,25\%$			
Mercado interno	$\frac{23\%}{4} = 5,75\%$			
Total	23%			100%

O valor de 11 040 sacas de trigo produzidas permite determinar a percentagem da produção de sacas de trigo em relação ao total (12%) e também a percentagem da produção de milho em relação ao total (65%).

	Centeio	Milho	Trigo	Total
Mercado externo	$23\% - 5,75\% = 17,25\%$			
Mercado interno	$\frac{23\%}{4} = 5,75\%$			
Total	23%	$100\% - 23\% - 12\% = 65\%$	$\frac{11\,040 \times 100}{92\,000} = 12\%$	100%

O valor de 11 960 sacas de milho transaccionadas no mercado externo permite agora determinar a percentagem do total das transações relativas a este parâmetro. Também o facto de nos ser dito que 50% dos 12% relativos ao número de sacas de trigo produzidas ser transaccionado no mercado interno permite concluir o preenchimento da tabela da seguinte forma:

	Centeio	Milho	Trigo	Total
Mercado externo	$23\% - 5,75\%$ $= 17,25\%$	$\frac{11960 \times 100}{92000}$ $= 13\%$	$50\% \times 12\%$ $= 6\%$	36,25%
Mercado interno	$\frac{23\%}{4\%} = 5,75\%$	$65\% - 13\%$ $= 52\%$	$50\% \times 12\%$ $= 6\%$	63,75%
Total	23%	$100\% - 23\%$ $- 12\% = 65\%$	$\frac{11040 \times 100}{92000} =$ $= 12\%$	100%

5.2. Recorrendo às capacidades da calculadora podemos determinar o valor pedido correspondente a $P (968 < X < 1016) \approx 81,86\%$,