

TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA

17 de Março de 2006

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO - VERSÃO 1

COTAÇÕES

Grupo I63

Cada resposta certa	9
Cada resposta errada.....	0
Cada questão não respondida ou anulada	0

Grupo II137

1.	43
1.1.	20
1.2.	23

2.	46
2.1.	23
2.2.	23

3.	23
---------	----

4.	25
---------	----

TOTAL 200

Grupo I

Deverão ser anulados todos os itens com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todos os itens em que o aluno dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

Itens	1	2	3	4	5	6	7
Respostas	A	B	A	D	D	B	C

Grupo II

Critérios gerais

1. Se o aluno se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o aluno apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. As cotações a atribuir às respostas dos alunos são expressas obrigatoriamente em números inteiros.
4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:
 - Se o aluno se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser de 0 (zero) pontos.
 - Se o aluno não se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser a soma algébrica das cotações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8 e 9 destes critérios gerais, e das desvalorizações previstas nos pontos 10 e 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a cotação a atribuir é de 0 (zero) pontos.
5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o aluno utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.

- 6.** A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o aluno deve percorrer para o resolver.

6.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.

- 6.2.** O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.

Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.

Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, o cálculo da derivada de uma função, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:

- erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
- erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

- 6.3.** Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do aluno numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.

- 6.4.** No caso de o aluno cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o aluno as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.

- 6.5.** Caso o aluno cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo aluno, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.

- 6.6.** Pode acontecer que o aluno, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo aluno, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.

7. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, "em minutos", "em percentagem", etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo aluno não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o aluno o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a cotação não deve ser desvalorizada caso o aluno não indique a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o aluno escrever simplesmente 12, não se deve aplicar nenhuma desvalorização). Se não for pedida aproximação para o resultado final, o aluno deve apresentar o valor exacto. Se o aluno apresentar, como resultado final, uma aproximação do valor exacto, deve ser aplicada uma desvalorização de 1 ponto na cotação a atribuir à etapa correspondente ao resultado final.
8. O aluno deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o aluno não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.
9. O aluno deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, "sem recorrer à calculadora", "equacione o problema", "resolva graficamente", etc.). Na resolução apresentada pelo aluno, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o aluno não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito, bem como todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.
10. Se, na resolução de um item, o aluno utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), a cotação total a atribuir ao item deve ser desvalorizada em um ponto. Esta desvalorização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas cotadas com 0 (zero) pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.
11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o aluno deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na cotação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução -2 pontos

Critérios específicos

1.1. 20

A cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

Justificação correcta e completa («Produto do número de litros de azeite vendidos, e^{14-x} , pelo lucro por litro, $x - 3$, que representa a diferença entre o preço de venda ao público de um litro de azeite e a despesa suportada pela empresa com a compra e venda desse litro de azeite» ou «Diferença entre a receita resultante da venda do azeite, $x e^{14-x}$, e a despesa total, $3 e^{14-x}$ ») 20

Justificação incompleta (por exemplo: « x é o preço de venda ao público de um litro de azeite, por isso vamos ter que subtrair a x a quantia de três euros, para obter o lucro por litro») 5

Outras situações (por exemplo: «tendo em conta que x é o preço em euros e que cada litro custa três euros, o lucro será a diferença $x - 3$ e a função inicial») 0

1.2. 23

Traduzir o problema pela inequação $L(x) > 16\,500$ (ver nota 1) 3

Resolver a inequação (ver nota 2)..... 18

Apresentação do gráfico da função L e da recta de equação $y = 16\,500$, bem como dos pontos de intersecção (ver nota 3) 6

Valor mínimo (ver nota 4)..... 6

Valor máximo (ver nota 5)..... 6

Resposta («O preço do litro de azeite deve variar entre 3,42 € e 4,96 €») 2

Notas:

1. Deve ser atribuída a cotação desta etapa, também no caso em que o aluno não escreve a inequação, mas existe evidência de que a considerou.
2. Se o aluno não resolver a inequação graficamente (por exemplo, se a tentar resolver com recurso à tabela da calculadora), esta etapa e todas as subsequentes devem ser cotadas com 0 (zero) pontos, pelo facto de o aluno ter desrespeitado a instrução do enunciado (ver critério geral 9).

3. A cotação a atribuir à apresentação do gráfico deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Apresentação correcta e completa de todos os elementos relevantes.....	6
Apresentação correcta mas com ausência de alguns elementos relevantes ou apresentação completa mas com algumas incorrecções	4
Apresentação incompleta e com algumas incorrecções.....	2
Outras situações.....	0

4. A cotação a atribuir à apresentação do valor mínimo deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

<u>1º caso:</u> valor arredondado às centésimas	
Valor igual a 3,42.....	6
Valor igual a 3,41 ou 3,43.....	4
Valor igual a 3,40 ou 3,44.....	2
Outros valores.....	0
<u>2º caso:</u> valor com aproximação superior às centésimas	
Valor no intervalo $[3,40 ; 3,44]$	1
Outros valores.....	0
<u>3º caso:</u> valor com aproximação inferior às centésimas	
Valor igual a 3,4.....	1
Outros valores.....	0

5. A cotação a atribuir à apresentação do valor máximo deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

<u>1º caso:</u> valor arredondado às centésimas	
Valor igual a 4,96.....	6
Valor igual a 4,95 ou 4,97.....	4
Valor igual a 4,94 ou 4,98.....	2
Outros valores.....	0
<u>2º caso:</u> valor com aproximação superior às centésimas	
Valor no intervalo $[4,94 ; 4,98]$	1
Outros valores.....	0
<u>3º caso:</u> valor com aproximação inferior às centésimas	
Valor igual a 5 ou 5,0.....	1
Outros valores.....	0

A resolução deste exercício envolve os seguintes procedimentos, que devem estar **claramente explícitos**, na resolução do aluno:

- Substituir x por $\frac{1}{2}$
- Aplicar a propriedade do logaritmo de um produto e/ou de um quociente
- Aplicar a propriedade do logaritmo de uma potência
- Substituir 2 por $\ln e^2$ ou 1 por $\ln e$

A cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

O aluno demonstra correctamente o pretendido, explicitando os quatro procedimentos.....	23
O aluno explicita e executa correctamente os quatro procedimentos, mas não demonstra o pretendido	17
O aluno explicita e executa correctamente três procedimentos	12
O aluno explicita e executa correctamente dois procedimentos	7
O aluno explicita e executa correctamente um procedimento	2

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty \quad (\text{ver nota 1}) \dots\dots\dots 5$$

Concluir que a recta de equação $x = 0$ é assíntota
do gráfico de f 5

Referir que, pelo facto de f ser contínua em $]0, +\infty[$, o seu gráfico
não tem mais assíntotas verticais3

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad (\text{ver nota 2}) \dots\dots\dots 5$$

Concluir que a recta de equação $y = 0$ é assíntota
do gráfico de f 5

Notas:

1. Exige-se que o aluno explicita que o numerador tende para $+\infty$ e que o denominador tende para 0, por valores positivos, escrevendo, por exemplo,

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{+\infty}{0^+} = +\infty,$$

ou

que escreva a igualdade $\frac{1 - \ln x}{x} = (1 - \ln x) \times \frac{1}{x}$, explicitando
depois que ambos os factores deste produto tendem para $+\infty$,
escrevendo, por exemplo,

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left[(1 - \ln x) \times \frac{1}{x} \right] = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty.$$

Caso o aluno se limite a apresentar o valor final, a cotação a atribuir a esta etapa deverá ser de 2 pontos.

2. Exige-se que o aluno explicita passos intermédios que permitam levantar a indeterminação, escrevendo, por exemplo,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \right) = 0 - 0 = 0.$$

Caso o aluno se limite a apresentar o valor final, a cotação a atribuir a esta etapa deverá ser de 2 pontos.

3. Se o aluno tentar verificar a existência de assíntota, quando $x \rightarrow -\infty$, a cotação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 5 pontos. Se, em consequência desta desvalorização, a cotação resultar negativa, deve ser convertida em 0 (zero) pontos.

Conteúdo (ver notas 1 e 2) 21

Forma (ver nota 3) 2

Notas:

1. Para cada uma das três funções que o aluno deve rejeitar, a , b e c , a cotação a atribuir deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

O aluno explica correctamente a razão da rejeição, utilizando uma linguagem matematicamente correcta 7

O aluno explica correctamente a razão da rejeição, mas não utiliza uma linguagem matematicamente correcta 5

O aluno não explica correctamente a razão da rejeição 0

2. Para cada uma das três funções que o aluno deve rejeitar, indica-se a seguir o que se aceita como explicação correcta da sua rejeição.

- A função a é decrescente em $[0, 5]$ e não é verdade que a temperatura da água tenha diminuído ao longo dos primeiros cinco minutos

e/ou

a função a é crescente em $[5, +\infty[$ e não é verdade que a temperatura da água tenha aumentado a partir do instante em que se apagou o lume.

- Na função b tem-se $b(5) = 84$ e $\lim_{t \rightarrow 5^+} b(t) = 94$,

o que contraria o facto de a temperatura ser função contínua do tempo

e/ou

o que traduz um acréscimo instantâneo de temperatura, no momento em que o lume é apagado, situação que não faz qualquer sentido, no contexto da experiência.

- Na função c tem-se $c(0) = 14$ e $\lim_{t \rightarrow +\infty} c(t) = 24$, o que não está de acordo com a conclusão, que se tira do enunciado, de que são iguais a temperatura da água, no instante em que começou a ser aquecida, e o valor para o qual a temperatura tende, com o passar do tempo.

3. Quanto à forma, a composição só deve ser cotada se tiver sido atribuída, ao conteúdo, uma pontuação não inferior a 5. A cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia 2

Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido 1

Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, com perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido 0

1º Processo

$$m =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x} \dots\dots\dots 2$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{g(x)} \dots\dots\dots 2$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{g(x)}{x}} \dots\dots\dots 3$$

$$= 1 \dots\dots\dots 3$$

$$b =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} (h(x) - x) = \dots\dots\dots 2$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x g(x)}{g(x)} \dots\dots\dots 2$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(x - g(x))}{g(x)} \dots\dots\dots 3$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(- (g(x) - x) \times \frac{x}{g(x)} \right) = \dots\dots\dots 5$$

$$= -2 \times 1 = -2 \dots\dots\dots 3$$

2º Processo

Evidenciar a intenção de calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} (h(x) - (x - 2))$ 4

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (h(x) - (x - 2)) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{g(x)} - x + 2 \right) \text{1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x g(x)}{g(x)} + 2 \right) \text{2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x(x - g(x))}{g(x)} + 2 \right) \text{3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left((x - g(x)) \times \frac{x}{g(x)} + 2 \right) = \text{3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(- (g(x) - x) \times \frac{1}{\frac{g(x)}{x}} + 2 \right) = \text{6}$$

$$= -2 \times 1 + 2 = 0 \text{6}$$