

PROVA 735/11 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

10.º/11.º ou 11.º/12.º Anos de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

Duração da prova: 150 minutos
2007

1.ª FASE

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA B

Identifique claramente os itens a que responde.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta (excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, desenhos ou outras representações).

É interdito o uso de «esferográfica-lápis» e de corrector.

As cotações da prova encontram-se na página 10.

A prova inclui um formulário (página 11).

Em todos os itens da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma única resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

- 1.** Dispõe-se de dois dados perfeitos, um tetraedro e um cubo, com faces numeradas de 1 a 4 e de 1 a 6, respectivamente.

Considere a experiência aleatória que consiste em lançar, simultaneamente, os dois dados e registar a soma do número da face que fica voltada para baixo, no caso do tetraedro, com o número da face que fica voltada para cima, no caso do cubo.

- 1.1.** Construa o modelo de probabilidades associado à experiência aleatória considerada.

Apresente as probabilidades na forma de fracção.

Nota: Construir um modelo de probabilidades consiste em construir uma tabela, associando aos resultados da experiência aleatória a respectiva probabilidade.

- 1.2.** Com base na experiência aleatória descrita, a Ana e o João decidem fazer um jogo. A Ana lança o tetraedro e o João lança o cubo. A Ana sugere que as regras do jogo consistam no seguinte:

- ganha o João se a soma dos números saídos for ímpar;
- ganha a Ana se a soma dos números saídos for par.

Porém, o João diz que as regras não são justas, afirmando que a Ana tem vantagem, uma vez que existem mais somas pares do que ímpares.

Num pequeno texto, comente o argumento do João, referindo se ele tem, ou não, razão.

Deve incluir, obrigatoriamente, na sua resposta:

- uma análise do argumento do João, referindo o número de somas pares e o número de somas ímpares;
- o valor da probabilidade de «sair soma par»;
- o valor da probabilidade de «sair soma ímpar»;
- conclusão final, referindo se o João tem, ou não, razão.

2. Uma autarquia pondera o abastecimento anual de energia eléctrica para iluminação da via pública. Para o efeito, a rede nacional pode fornecer-lhe dois tipos de energia: energia de origem convencional, maioritariamente resultante da combustão de *fuel*, ou, em alternativa, energia eólica.

Para uma cobertura razoável de iluminação, no período nocturno, o consumo anual de energia não poderá ser inferior a 40 MWh .

Por razões ambientais, a autarquia pretende que a quantidade de energia de origem convencional não exceda a quantidade de energia eólica fornecida.

Relativamente à energia de origem convencional, tem-se:

- o preço por cada MWh é de 80 euros.

Relativamente à energia eólica, tem-se:

- o preço por cada MWh é de 90 euros;
- o fornecimento de energia, nesse ano, não poderá ultrapassar os 40 MWh .

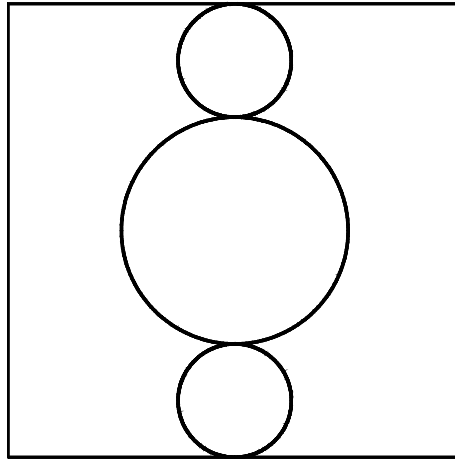
Represente por x a quantidade de energia de origem convencional e por y a quantidade de energia eólica consumidas pela autarquia.

Determine que quantidade de energia de cada tipo deve ser consumida, por ano, de modo que possam ser minimizados os custos, tendo em conta as condicionantes referidas.

Percorra, sucessivamente, as seguintes etapas:

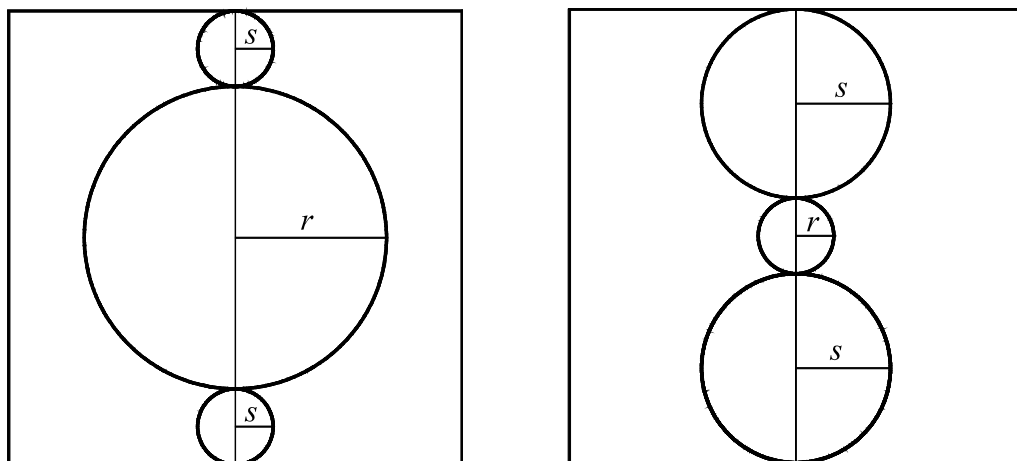
- *indique as restrições do problema;*
- *indique a função objectivo;*
- *represente graficamente a região admissível (referente ao sistema das restrições);*
- *indique os valores de x e y para os quais é mínima a função objectivo.*

3. Pretende-se elaborar um painel publicitário com a forma de um quadrado com 10 metros de lado. O painel deve conter três círculos luminosos, tangentes entre si, como mostra a figura.



Relativamente ao painel, considere que:

- os diâmetros dos três círculos variam permanentemente e os seus centros estão sempre na mesma mediana do quadrado;
- os círculos nunca saem fora do quadrado;
- os círculos inferior e superior são geometricamente iguais e são tangentes a lados opostos do quadrado;
- quando os diâmetros dos círculos inferior e superior aumentam, diminui o diâmetro do círculo central, e vice-versa, como sugere a figura seguinte.



Sejam s o raio dos círculos inferior e superior e r o raio do círculo central.

3.1. Mostre que $s = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}r$

3.2. Verifique que a soma, A , das áreas dos três círculos, em função de r , é dada por:

$$A(r) = \frac{3}{2} \pi r^2 - 5 \pi r + \frac{25}{2} \pi, \quad 0 < r < 5$$

4. O Pedro foi juntando algumas economias e, neste momento, tem 1000 euros que decide colocar no banco, constituindo uma poupança.

Para o efeito dispõe de duas opções:

Opção A:

Por cada ano de aplicação do capital, o Pedro recebe 40 euros de juros.

Opção B:

Por cada ano de aplicação do capital, o Pedro recebe juros à taxa anual de 3,5%, a incidir sobre o capital total acumulado até à data.

4.1. Relativamente à opção **B**, designe por (b_n) a sucessão cujos termos são os valores do capital existente decorridos n anos.

Sabendo que (b_n) é uma progressão geométrica, determine a razão.

Justifique a sua resposta.

4.2. Comente a seguinte afirmação:

«Comparando as duas opções apresentadas, se nos primeiros anos a opção **A** é a melhor escolha, a partir de certa altura a opção **B** torna-se mais vantajosa.»

Sugestão: Determine o ano a partir do qual o capital acumulado de acordo com a opção **B** é superior ao capital acumulado caso se tivesse escolhido a opção **A**.

Poderá ser útil ter em atenção que $b_n = 1000 \times 1,035^n$

- 5.** Sabe-se que a concentração, C , em miligramas por litro, de um analgésico, na circulação sanguínea, t horas após a sua ingestão, é dada por:

$$C(t) = 10(e^{-t} - e^{-2t})$$

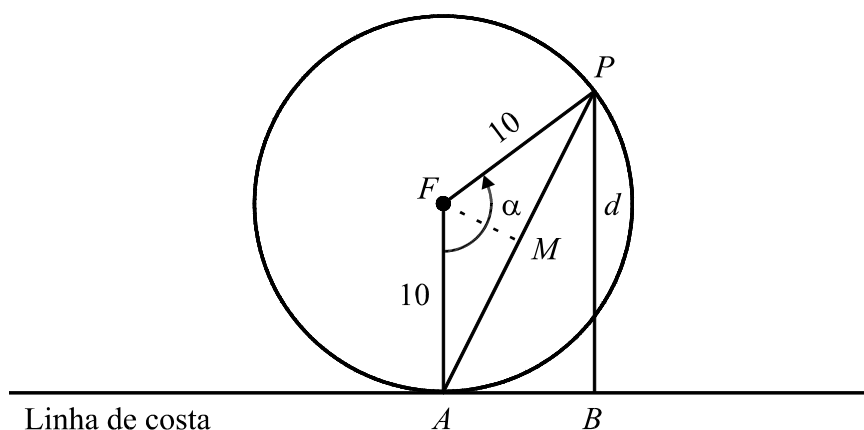
Nota: Na resolução das questões seguintes, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve duas casas decimais.

- 5.1.** Qual é a concentração, aproximada, do analgésico uma hora e trinta minutos após a sua ingestão?
Apresente o resultado arredondado às centésimas.

- 5.2.** Sabe-se que o analgésico tem o efeito desejado quando a sua concentração é superior a 0,5 miligramas por litro.
Considere que o analgésico foi ingerido às nove horas.
Recorrendo às potencialidades da calculadora gráfica, indique uma aproximação do intervalo em que ele produz o efeito desejado.
Apresente os resultados em horas e minutos (com os minutos arredondados às unidades).

6. Um farol (ponto F), situado numa ilha, encontra-se a 10 km da costa. Nesta, sobre a perpendicular tirada do farol, está um observador (ponto A).

A luz do farol descreve sucessivos círculos e tem um alcance de 10 km . Em cada instante, o farol ilumina segundo uma trajectória rectilínea, com extremidade num ponto P , que percorre a circunferência representada na figura seguinte.



Sejam:

- α a amplitude, em graus, do ângulo orientado cujo lado origem é a semi-recta $\vec{FA}$ e cujo lado extremidade é a semi-recta $\vec{FP}$
- M o ponto médio de $[AP]$
- $\overline{PB}$ a distância do ponto P à costa

Mostre que, para $0^\circ < \alpha < 180^\circ$:

- 6.1. a distância, $\overline{AP}$, expressa em quilómetros, do observador ao ponto P é dada, em função de α , por

$$\overline{AP} = 20 \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

- 6.2. a distância, d , expressa em quilómetros, do ponto P à costa é dada, em função de α , por

$$d(\alpha) = 20 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Percorra, sucessivamente, as seguintes etapas:

- escreva $\widehat{FAP}$, em função de α
- escreva $\widehat{PAB}$, em função de α
- escreva $\overline{BP}$, em função de α

FIM

COTAÇÕES

1. 30 pontos

1.1. 14 pontos

1.2. 16 pontos

2. 22 pontos

3. 41 pontos

3.1. 19 pontos

3.2. 22 pontos

4. 25 pontos

4.1. 10 pontos

4.2. 15 pontos

5. 41 pontos

5.1. 19 pontos

5.2. 22 pontos

6. 41 pontos

6.1. 19 pontos

6.2. 22 pontos

TOTAL 200 pontos

Formulário

Comprimento de um arco de circunferência

αr (α — amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r — raio)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Sector circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$ (α — amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r — raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$
(r — raio da base; g — geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4 \pi r^2$
(r — raio)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r — raio)

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma

Prog. Aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Prog. Geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

10.º/11.º ou 11.º/12.º Anos de Escolaridade

(Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

Duração da prova: 150 minutos
2007

1.ª FASE

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA B

COTAÇÕES

1.	30 pontos
1.1.	14 pontos
1.2.	16 pontos
2.	22 pontos
3.	41 pontos
3.1.	19 pontos
3.2.	22 pontos
4.	25 pontos
4.1.	10 pontos
4.2.	15 pontos
5.	41 pontos
5.1.	19 pontos
5.2.	22 pontos
6.	41 pontos
6.1.	19 pontos
6.2.	22 pontos
TOTAL	200 pontos

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

1. Se o examinando se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o examinando responder ao mesmo item mais do que uma vez, deve eliminar inequivocamente a(s) resposta(s) que não deve(m) ser classificada(s). No caso de tal não acontecer, será classificada a resposta que surge em primeiro lugar.
3. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a classificação deve ser:
 - a soma algébrica das classificações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a classificação a atribuir é de zero pontos;
 - de zero pontos se o examinando se limitar a apresentar o resultado final.
4. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos ou competências não contemplados no Programa da disciplina.
5. A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o examinando deve percorrer para o resolver.
 - 5.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.
 - 5.2. O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação de cada etapa. Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a classificação de zero pontos. Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a classificação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou com a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:
 - erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
 - erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.
 - 5.3. Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma classificação diferente das indicadas.

- 5.4. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva classificação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o examinando as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.
- 5.5. Caso o examinando cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a classificação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo examinando, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a classificação máxima a atribuir em cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.
- 5.6. Pode acontecer que o examinando, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.
6. Nas etapas em que está previsto o recurso à calculadora, os critérios específicos subdividem-se em: «Explicação do método utilizado» e «Apresentação do(s) valor(es)».
- 6.1. Explicação do método utilizado:
De acordo com as instruções gerais para a realização da prova, o examinando deve apresentar todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora. Esta apresentação deve ser classificada de acordo com os níveis de desempenho que se seguem. Em cada nível de desempenho, a classificação máxima prevista é a indicada em percentagem.
Esta percentagem deve ser aplicada sobre a cotação prevista para a explicação do método utilizado, e o valor obtido deve ser arredondado às unidades (por excesso, se a mantissa do número a arredondar for 0,5 ou superior).
- | | |
|--|------|
| Apresentação correcta e completa de todos os elementos relevantes..... | 100% |
| Apresentação correcta, mas com ausência de alguns elementos relevantes
ou
Apresentação completa, mas com algumas incorrecções (por exemplo, não respeitar o domínio de uma função) | 70% |
| Apresentação incompleta e com algumas incorrecções | 40% |
| Ausência de explicação ou simples referências do tipo «Vi na calculadora»..... | 0% |
- 6.2. Apresentação do(s) valor(es):
Para cada valor que o examinando deve apresentar, os critérios específicos podem indicar um intervalo admissível. O valor apresentado pelo examinando pode pertencer, ou não, a esse intervalo.
- Se o valor pertencer ao intervalo, deve ser atribuída a cotação máxima prevista para essa apresentação, a menos que haja lugar a qualquer desvalorização prevista nos critérios específicos, por desrespeito do número de casas decimais com que o resultado deve ser apresentado.
 - Se o valor não pertencer ao intervalo, deve ser atribuída a classificação de zero pontos.

7. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, «em minutos», «em percentagem», etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo examinando não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o examinando o apresentar em horas), devem ser atribuídos zero pontos na etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a resposta não deve ser desvalorizada se não indicar a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o examinando escrever simplesmente 12, não deve existir qualquer desvalorização).
8. O examinando deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o examinando não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a classificação de zero pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente classificadas com zero pontos.
9. O examinando deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, «equacione o problema», «resolva graficamente», etc.). Na resolução apresentada pelo examinando, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o examinando não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito e todas as subsequentes que dela dependam devem ser classificadas com zero pontos.
10. Se, na resolução de um item, o examinando utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), a sua resposta deve ser desvalorizada em um ponto. Esta desvalorização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas classificadas com zero pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.
11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o examinando deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na classificação total da resposta, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução -2 pontos
12. As classificações a atribuir às respostas dos examinandos devem ser expressas, obrigatoriamente, em números inteiros.

Critérios específicos de classificação

1.1. 14

Identificar todas as somas possíveis3

Determinar a probabilidade associada a cada um dos resultados (1x9) 9

Construção clara e correcta da tabela..... 2

Notas:

1. Se o examinando tiver elaborado uma tabela de dupla entrada, onde identifique todas as somas possíveis (primeira etapa), pode depreender-se que os valores encontrados para a probabilidade associada a cada um dos resultados (segunda etapa), estando correctos, se baseiam na sua leitura. Caso contrário, o examinando deverá apresentar as diferentes configurações correspondentes a cada soma (por exemplo, no caso de a soma ser sete, discriminar os resultados: (1, 6); (2, 5); (3, 4); (4, 3). Se o examinando não apresentar uma tabela de dupla entrada para o cálculo das probabilidades, nem apresentar qualquer justificação que a substitua, a classificação a atribuir à segunda etapa deverá ser de 5 pontos.
2. Se o examinando não respeitar a indicação quanto à forma geométrica dos dados (por exemplo, se considerar dois cubos), a classificação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 5 pontos.

1.2. 16

A composição deverá contemplar os seguintes tópicos:

- uma análise do argumento do João, referindo que existem cinco somas pares e quatro somas ímpares;
- valor da probabilidade de sair soma par $\left(\frac{1}{2}\right)$;
- valor da probabilidade de sair soma ímpar $\left(\frac{1}{2}\right)$;
- conclusão final, referindo que o João não tem razão.

Na tabela seguinte, indica-se como este item deve ser classificado:

Forma	Nível 3 (*)	Nível 2 (**)	Nível 1 (***)
Conteúdo			
A composição contempla correctamente os quatro tópicos.	16	15	14
A composição contempla correctamente três tópicos.	12	11	10
A composição contempla correctamente dois tópicos.	8	7	6
A composição contempla correctamente um tópico.	4	3	2

- (*) **Nível 3** Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia.
- (**) **Nível 2** Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
- (***) **Nível 1** Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, com perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

Nota: Se a tabela de probabilidades construída no item anterior estiver incorrecta, mas o examinando agir em conformidade com os resultados nela indicados, a classificação a atribuir não deverá ser desvalorizada. No entanto, se a soma das duas probabilidades for diferente de um, a classificação total a atribuir a esta resposta deve ser desvalorizada em 6 pontos.

2. 22

Indicar as restrições	8
$x \geq 0$	1
$y \geq 0$	1
$y \leq 40$	2
$x + y \geq 40$	2
$y \geq x$	2
Indicar a função objectivo: $(C(x, y) = 80x + 90y)$	4
Representar graficamente a região admissível	6
Representar correctamente $x + y = 40$	2
Representar correctamente $y = x$	2
Representar correctamente $y = 40$	2
Indicar os valores de x e y para os quais é mínima a função objectivo ($x = 20$ e $y = 20$).....	4

3.1. 19

Escrever $4s + 2r = 10$ 9

Escrever $s = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}r$ 10

3.2. 22

Constatar que $A = 2\pi s^2 + \pi r^2$ 7

Substituir s por r 7

Calcular e simplificar $A(r)$ 8

Nota: Se o examinando substituir π por um valor aproximado, em qualquer das etapas, a classificação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 4 pontos.

4.1. 10

Determinar b_1 e b_2 ($b_1 = 1035$ e $b_2 = 1071,225$)..... (3+3) 6

Dividir b_2 por b_1 e concluir que $r = 1,035$ 4

Notas:

1. O examinando pode explicitar que o factor 1,035 actualiza, por multiplicação, o capital do ano anterior. Nesse caso, deverá ser-lhe atribuída a cotação total do item (10 pontos).

2. Se o examinando indicar o valor da razão sem qualquer justificação, a sua resposta deve ser classificada com 3 pontos.

4.2. 15

Concluir que, no nono ano, o capital acumulado de acordo com a opção **B** é superior ao capital acumulado caso se tivesse escolhido a opção **A** 10

Justificar que, nos primeiros anos, a opção **A** é a melhor escolha, mas, a partir do nono ano, a opção **B** torna-se mais vantajosa (**ver nota**)5

Nota: Se o examinando tornar compreensível o seu raciocínio, mas não o fizer de um modo totalmente claro, a classificação total a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 1 ponto.

5.1. 19

Reconhecer que $t = 1,5$ 6

$C(1,5) \approx 1,73 \text{ mg/l}$ 13

5.2. 22

Equacionar o problema: $0,5 = 10(e^{-t} - e^{-2t})$ 6

Resolução do problema 16

Explicação do método utilizado (ver critério geral 6.1.) 5

$t \approx 0,05 \text{ h}$ (**ver nota 1**) 2

$t \approx 3 \text{ min}$ 2

$t \approx 2,94 \text{ h}$ (**ver nota 2**) 2

$t \approx 2 \text{ h } 56 \text{ min}$ 2

Concluir que o intervalo de tempo está compreendido entre
 $9 \text{ h } 3 \text{ min}$ e $11 \text{ h } 56 \text{ min}$ 3

Notas:

1. Se o examinando indicar $t \approx 0,04$ ou $t \approx 0,06$, deve ser-lhe atribuída a cotação total da etapa (2 pontos).

2. Se o examinando indicar $t \approx 2,93$ ou $t \approx 2,95$, deve ser-lhe atribuída a cotação total da etapa (2 pontos).

6.1. 19

Reconhecer que $\widehat{PFM} = \frac{\alpha}{2}$ ou $\widehat{AFM} = \frac{\alpha}{2}$ 5

Escrever $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\overline{MP}}{10}$ 7

Concluir que $\overline{AP} = 20 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ 7

6.2. 22

Reconhecer que $\widehat{FAP} = 90 - \frac{\alpha}{2}$ 6

Reconhecer que $\widehat{PAB} = \frac{\alpha}{2}$ (**ver nota**) 6

Escrever $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{d}{\overline{AP}}$ 4

Concluir que $d(\alpha) = 20 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ 6

Nota: Se o examinando concluir directamente que $\widehat{PAB} = \frac{\alpha}{2}$, por qualquer método correcto, deve ser-lhe atribuída a classificação total correspondente às duas primeiras etapas (6 + 6).