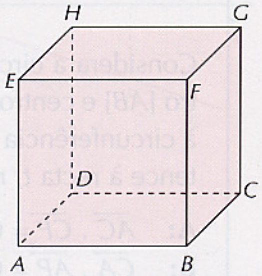
1.ª Parte **Questões de escolha múltipla**

Para cada uma das questões que se seguem, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.

Indica a opção correcta.

1. Na figura está representado um cubo de aresta a.



Das afirmações seguintes:

I: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -a^2$;

II: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} < 0$;

III: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$.

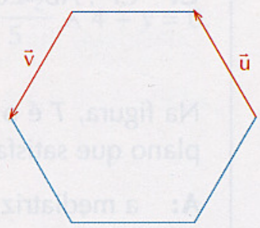
A: Apenas I é verdadeira.
B: Apenas I e III são verdadeiras.
C: Apenas II e III são verdadeiras.
D: São todas verdadeiras.

2. Considera um triângulo equilátero $[ABC]$, de 8 cm de lado.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ é:

A: $-32\sqrt{3}$. **B:** $32\sqrt{3}$.
C: -32. **D:** 32.

3. Na figura está representado um hexágono regular, de lado 2 unidades.



Então, podes concluir que $\vec{u} \cdot \vec{v}$ é igual a:

A: $2\sqrt{3}$. **B:** -2.
C: $-2\sqrt{3}$. **D:** 4.

4. Considera os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tais que $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 3$ e $\vec{u} \cdot \vec{v} = 10$. Sendo α o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$, pode-se afirmar que:

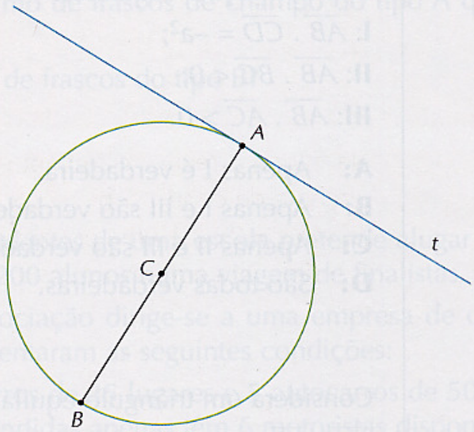
A: $\operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. **B:** $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

C: $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}$. **D:** $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{1}{3}$.

5. Num referencial o.n., os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ satisfazem as condições:
$\|\vec{u}\| = 2$ e $\vec{u}$ perpendicular a $\vec{v}$, $(\vec{u} \perp \vec{v})$.
Então, podes concluir que $(\vec{v} - \vec{u}) \cdot \vec{u}$ é igual a:

A: -4.
B: $\|\vec{v}\|$.
C: 4.
D: $2\|\vec{v}\|$.

6. Considera a circunferência de diâmetro $[AB]$ e centro C e a recta t tangente à circunferência no ponto A. Se P pertence à recta t, necessariamente:

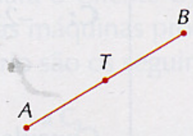


A: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CP} = 0$.
B: $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$.
C: $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.
D: $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$.

7. Sejam A, B e C três pontos distintos do plano. Se P pertence à recta perpendicular a AB e que passa por C, então, necessariamente:

A: $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$.
B: $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.
C: $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.
D: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

8. Na figura, T é o ponto médio de $[AB]$. O lugar geométrico dos pontos P do plano que satisfazem a condição $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{TB} = 0$ é:

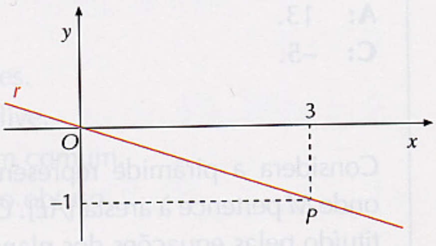


A: a mediatriz de $[AB]$.
B: uma recta perpendicular a AB e que passa por A.
C: uma recta perpendicular a AB e que passa por B.
D: uma circunferência de diâmetro $[AB]$.

9. Um valor, aproximado às unidades, da inclinação da recta de equação $y + 4x - 1 = 0$ é:

A: $104°$.
B: $45°$.
C: $135°$.
D: $76°$.

10. Na figura está representada, num referencial o.n., uma recta r que passa pelo ponto $P\ (3, -1)$ e pela origem do referencial. Designando por θ a inclinação da recta r, podes concluir que tg θ é igual a:



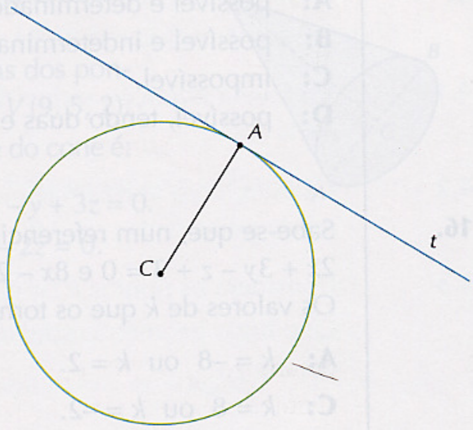
A: 3.

B: $\frac{1}{3}$.

C: $-\frac{1}{3}$.

D: -3.

11. Na figura, a recta t é tangente à circunferência de centro C no ponto A.
Sendo $y = 2x + 1$ uma equação da recta t, então, uma equação da recta CA pode ser:



A: $y = 2x + 3$.

B: $(x, y) = (0, 3) + k(-2, 4);\ k \in \mathbb{R}$.

C: $(x, y) = (-1, 0) + k(2, -1);\ k \in \mathbb{R}$.

D: $y = -2x - 1$.

12. Considera a recta no espaço definida por $x - 4 = \frac{3 - z}{5} \wedge 4 + y = 0$.

Uma equação vectorial dessa recta pode ser:

A: $(x, y, z) = (4, 3, 4) + k(1, 5, 0);\ k \in \mathbb{R}$.

B: $(x, y, z) = (4, -4, 3) + k(1, 0, 5);\ k \in \mathbb{R}$.

C: $(x, y, z) = (4, -4, 3) + k(1, 0, -5);\ k \in \mathbb{R}$.

D: $(x, y, z) = (4, -4, 3) + k(1, 0, 1);\ k \in \mathbb{R}$.

13. Sabe-se que, num referencial o.n., os planos α e β são definidos por $2x + 3y - z + 3 = 0$ e $8x - 4ky + (5 - m^2)z + 4m = 0$, respectivamente.
Os valores de m e k que os tornam estritamente paralelos são:

A: $k = -3$ e $m = -3$.

B: $k = -3$ e $m = 3$.

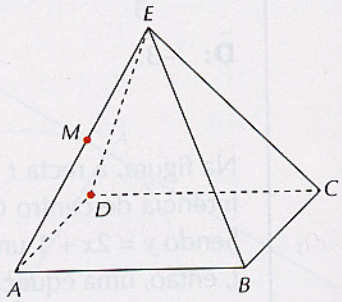
C: $k = 12$ e $m = 4$.

D: $k = -3$ e $m = \frac{3}{4}$.

14. Considera, num referencial o.n., a recta $\frac{x-1}{2} = y = -\frac{z}{3}$ estritamente paralela ao plano $-2x + my + 3z - 5 = 0$. O valor de m é:

A: 13. **B:** -1.
C: -5. **D:** 1.

15. Considera a pirâmide representada na figura onde M pertence à aresta $[AE]$. O sistema constituído pelas equações dos planos ABC, BCE e CBM num dado referencial $Oxyz$ é:



A: possível e determinado.
B: possível e indeterminado.
C: impossível.
D: possível, tendo duas e só duas soluções.

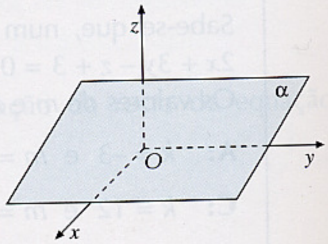
16. Sabe-se que, num referencial o.n., os planos α e β são definidos por $2x + 3y - z + 3 = 0$ e $8x - 2ky + k^2z + 4 = 0$, respectivamente. Os valores de k que os tornam perpendiculares são:

A: $k = -8$ ou $k = 2$. **B:** $k = 3$ ou $k = 9$.
C: $k = 8$ ou $k = -2$. **D:** $k = 3$ ou $k = \sqrt{3}$.

17. Considera, num referencial o.n., a recta $-x = \frac{y-3}{m} = \frac{z}{2}$ perpendicular ao plano $2x + y - 4z - 7 = 0$. O valor de m é:

A: 10. **B:** -10.
C: $\frac{1}{2}$. **D:** $-\frac{1}{2}$.

18. No referencial o.n. da figura, está representado um plano α paralelo ao eixo das ordenadas Oy. Um plano paralelo a α pode ser representado pela equação:



A: $2x - y = 3$. **B:** $z + 1 = y$.
C: $2x + 3y - z = 0$. **D:** $-x + 3z = 2$.

19. No plano, considera as rectas *r* e *s* definidas por:

$r: x + 3y - 1 = 0$ e $s: (x, y) = \left(-2, \frac{1}{3}\right) + k(2, 6); k \in \mathbb{R}$.

Então, podes concluir:

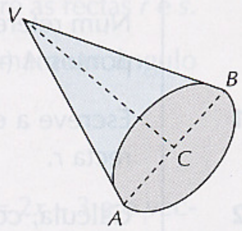
A: as rectas *r* e *s* são perpendiculares.

B: as rectas *r* e *s* têm o mesmo declive.

C: as rectas *r* e *s* não têm pontos em comum.

D: as rectas *r* e *s* formam um ângulo obtuso.

20. Na figura está representado um cone recto, sendo *V* o vértice e C o centro da base.
Num referencial o.n. *Oxyz* as coordenadas dos pontos assinalados na figura são: $C(1, 1, 2)$ e $V(9, 5, 2)$.
Uma equação do plano que contém a base do cone é:

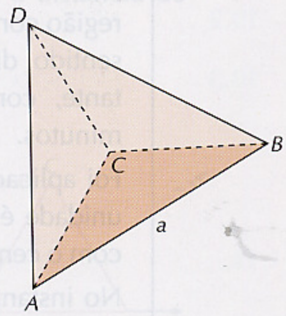


A: $2x + y = 3$. **B:** $-5x - y + 3z = 0$.

C: $x - z = -1$. **D:** $3x - 2z = 0$.

2.ª Parte __Lê com atenção os enunciados e dá respostas completas, com todas as justificações que julgues necessárias.__

1. Na figura está representado um tetraedro regular [*ABCD*], de aresta *a*. Calcula em função de *a*:



1.1 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$;

1.2 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$.

2. De um polígono regular com 6 unidades de lado, sabe-se que o produto escalar entre dois vectores definidos a partir de dois lados consecutivos e com origem no mesmo vértice é –18.

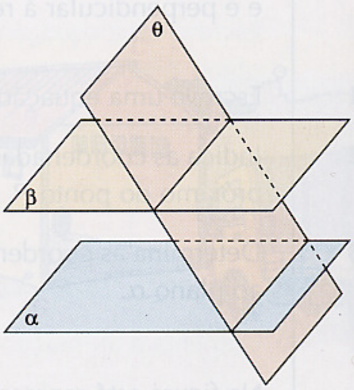
Determina o número de lados do polígono.

3 Na figura estão representados três planos.

Sem resolveres os sistemas

$$\textbf{I}\quad \begin{cases} x-2y+z=1 \\ 2x-4y+2z=3 \\ x+y-z=0 \end{cases}$$

$$\textbf{II}\quad \begin{cases} x-2y+z=1 \\ 2x-4y+2z=3 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$$



explica que a um só dos sistemas podem corresponder as posições dos planos apresentados na figura.

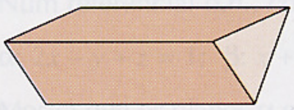
4 Considera os sistemas de equações

$$\textbf{A:}\ \begin{cases} -x+3y+10z=1 \\ x=z+2 \\ 2x+3y+7z=7 \end{cases}\qquad \textbf{B:}\ \begin{cases} -x+3y+10z=1 \\ x=z \\ 2x+3y+7z=7 \end{cases}\qquad \textbf{C:}\ \begin{cases} -x+3y+10z=1 \\ -x+3y+10z=5 \\ x=z \end{cases}$$

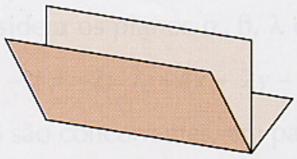
4.1 Resolve os sistemas.

4.2 Faz uma correspondência entre cada um dos sistemas dados e as seguintes representações de três planos.

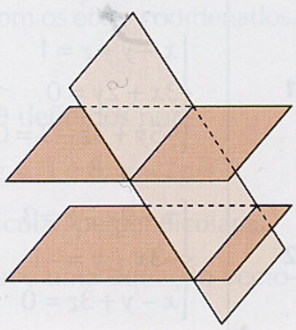
I



II



III



SOLUÇÕES

1ª Parte

1.	B	**8.**	B	**15.**	B
2.	D	**9.**	A	**16.**	A
3.	B	**10.**	C	**17.**	D
4.	A	**11.**	C	**18.**	D
5.	A	**12.**	C	**19.**	A
6.	B	**13.**	A	**20.**	A
7.	C	**14.**	A		

2ª Parte

1.1. $\dfrac{a^2}{2}$

1.2. $-\dfrac{a^2}{2}$

2. 6.

3. Pode corresponder o sistema I.

4.1. A: Possível indeterminado.

Solução: $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y, z) = (k+2, 1-3k, k), k \in \mathbb{R}\}$

B: Impossível

C: Impossível

4.2. A – II;

B – I;

C – III.