

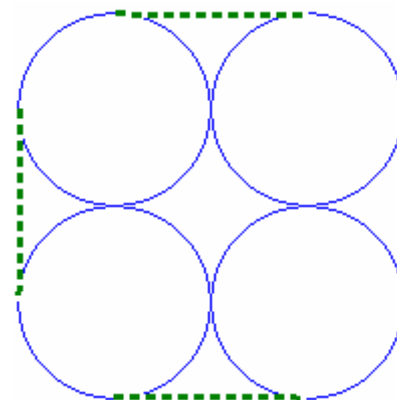
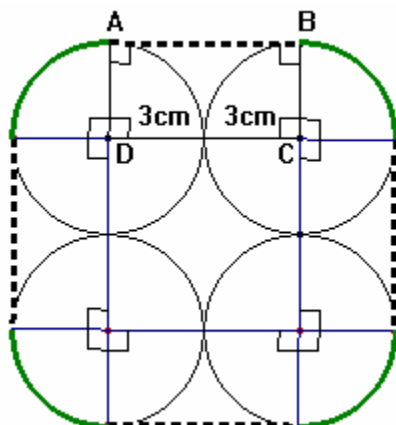
## Uma resolução do Problema 2 da página 22 do Manual Espaço 10A (ASA)

2.2.

### 1.<sup>a</sup> disposição:

Na figura ao lado, a fita é tangente a cada uma das circunferências e por isso, é perpendicular ao raio em cada ponto de tangência.

Deste modo temos



Sendo  $[ABCD]$  um rectângulo, temos que  $\overline{AB} = \overline{CD}$ . Como  $[CD]$  é formado por dois raios de circunferências geometricamente iguais, tem-se que  $[CD]$  tem de comprimento o diâmetro de um frasco e portanto  $[AB]$  tem o comprimento de um diâmetro.

Assim, o comprimento da fita é o equivalente a 4 diâmetros e 4 arcos que perfazem uma circunferência, portanto o comprimento da fita é:

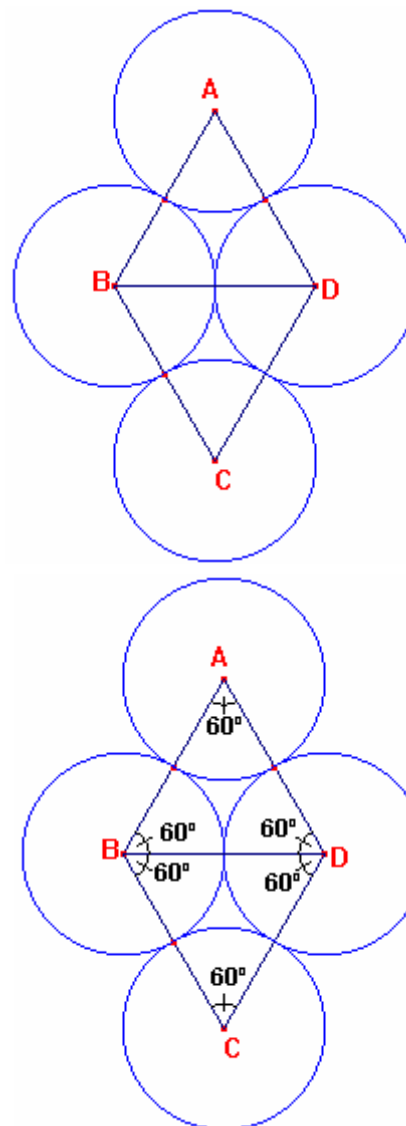
$$4 \times 6 + 2\pi \times 3 = 24 + 6\pi$$

### 2.<sup>a</sup> disposição:

A partir dos centros das bases dos frascos é possível construir a figura ao lado, a partir da qual é possível concluir que:

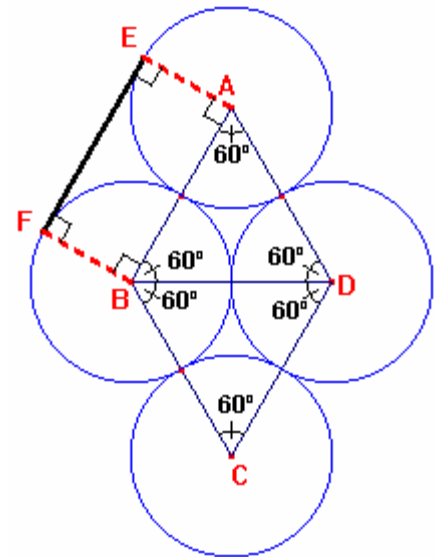
- ✎  $\overline{AB} = 6\text{cm}$  (medida de comprimento de 2 raios correspondentes a circunferências de 6 cm de diâmetro). Do mesmo modo  $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 6\text{cm}$ .
- ✎ O triângulo  $[ABD]$  é equilátero, por ter os três lados geometricamente iguais (cada um mede 6 cm). Do mesmo modo o triângulo  $[BCD]$  é equilátero.
- ✎ Cada um dos três ângulos internos do triângulo  $[ABD]$  é de  $60^\circ$ , uma vez que são todos geometricamente iguais (por serem opostos a lados geometricamente iguais) e a soma das suas amplitudes é  $180^\circ$ , pelo que cada um terá  $\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$ .

Do mesmo modo, cada um dos três ângulos internos do triângulo  $[BCD]$  é de  $60^\circ$ .



Ficando a fita tangente à superfície do frasco, nos pontos de tangencia será perpendicular ao raio. Por outro lado a fita é tangente a frascos também eles tangentes entre si.

A figura ao lado exemplifica este raciocínio para a parte de fita [EF]. A fita EF é tangente às duas circunferências nos pontos E e F, pelo que os ângulos FEA e EFB são rectos, assim como os ângulos FBA e EAB. Deste modo temos que o quadrilátero [EABF] é um rectângulo. Além disso, como  $\overline{AB} = 6\text{cm}$ , tem-se que  $\overline{EF} = 6\text{cm}$



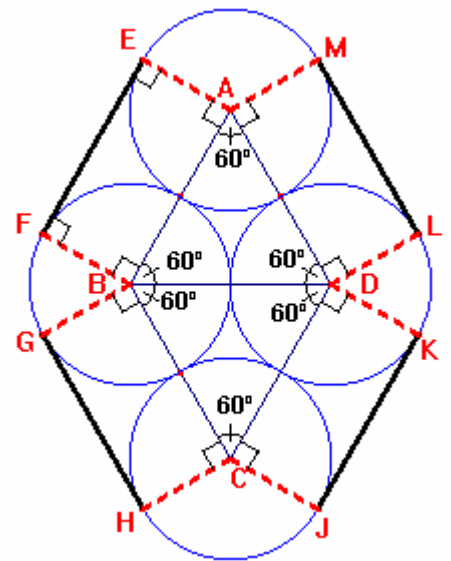
Para toda a fita temos a ilustração ao lado.

Vamos agora determinar a amplitude do ângulo EAM:

$$\widehat{EAM} = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 120^\circ$$

Do mesmo modo tem-se  $\widehat{HCJ} = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 120^\circ$

Além disso,  $\widehat{GBF} = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ . De forma análoga  $\widehat{KDL} = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$



Assim, temos os dados da figura ao lado, onde o comprimento da fita se pode decompor no equivalente a:

- ✎ 4 diâmetros, já que  $\overline{EF} = \overline{ML} = \overline{KJ} = \overline{HG} = 6\text{cm}$
- ✎ 4 arcos que juntos equivalem ao perímetro de uma circunferência, já que a soma das amplitudes dos 4 arcos é  $360^\circ$

Pelo que, o comprimento da fita é o equivalente a 4 diâmetros e um perímetro da circunferência, ou seja:

$$4 \times 6 + 2\pi \times 3 = 24 + 6\pi$$

