Motivação: Relembra as funções da *ficha 4*, que estudaste com a calculadora.

- O modelo matemático que melhor traduzia a situação do exemplo 1, que relacionava os custos de produção C com a quantidade produzida q, era: **C(q)=60q+320**.

- O modelo matemático que melhor traduzia a situação do exemplo 2, que relacionava as distâncias percorridas em velocidade máxima d (em metros) em função do tempo t (em segundos), era:
d(t)= 1,4t.

Como verificaste o gráfico que melhor se ajustava aos dados fornecidos, em ambos os casos, era uma recta.

Nas duas situações referidas, as funções têm domínio $\Re_0^+$, de acordo com o contexto real de cada caso.

Alargando o domínio a $\Re$, este tipo de funções designa-se por ***Função Afim***, cuja expressão analítica é da forma $y = mx + b$, com m, b números reais. No caso de $b = 0$, temos um caso particular da função afim, a ***função Linear***, função do exemplo 2. Neste caso, o gráfico é uma recta que passa na origem do referencial. Esta função traduz situações de proporcionalidade directa entre as variáveis.

****

Resumo:

Função Afim : $y = mx + b$

Se b =0 → $y = mx$ → **Função de proporcionalidade directa**

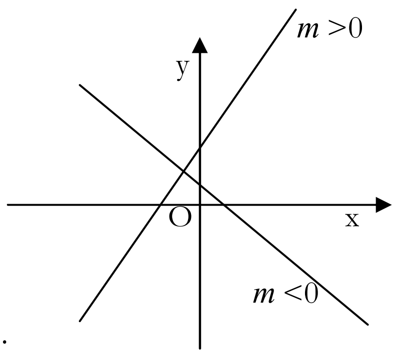
↓

Gráfico: É uma recta que passa na origem do referencial: (0,0).

Se m =0 → $y = b$ → **Função constante**

↓

Gráfico: É uma recta horizontal

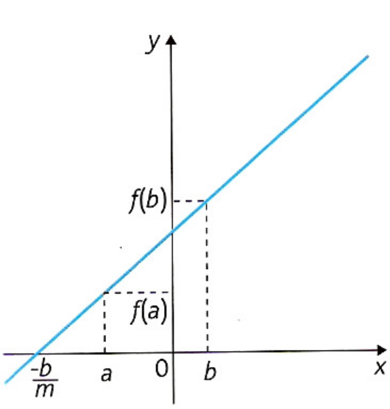


- Gráfico: é uma **recta**, que **passa** no ponto de coordenadas **(0,b)**.
- m é o valor do **declive** da recta.
- Quanto maior o valor de m, maior a inclinação da recta.
- Ao número **b** chamamos **ordenada na origem** (valor de y quando x=0).

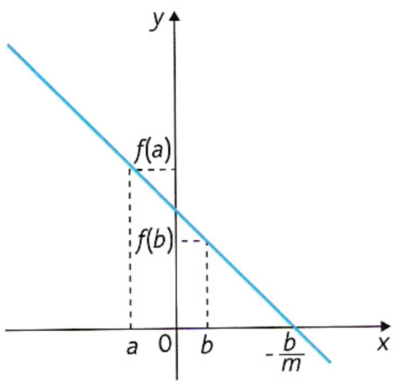
Observação: Os gráficos das funções $y = mx + b$ **e** $y = mx$ (que têm o **mesmo** coeficiente m) são rectas com o **mesmo declive**, isto é, são **rectas paralelas**.

- Toda a função afim $f(x) = mx + b$, com $m \neq 0$, tem como características:
  - **Domínio:** $\Re$
  - **Contradomínio:** $\Re$
  - **Zeros:** $f(x) = 0 \Leftrightarrow mx + b = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{b}{m}$ (um zero)
  - **Monotonia e sinal:**

$m > 0$ Crescente



$m < 0$ Decrescente



Quaisquer que sejam a e b do domínio de f,

se $a < b$ então $f(a) \leq f(b)$ | se $a < b$ então $f(a) \geq f(b)$

Quadro de variação de sinal

x		$-b/m$	
f(x)	−	0	+

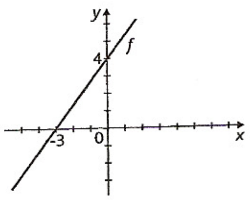
Quadro de variação de sinal

x		$-b/m$	
f(x)	+	0	−

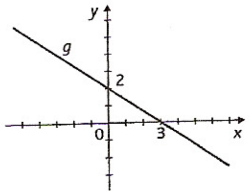
Exemplo

Escreva a expressão analítica que define cada uma das funções a seguir representada:

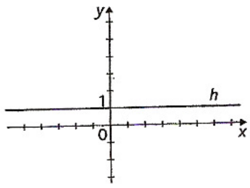
3.1



3.2



3.3



Recordar

Dados dois pontos $P(x_1, y_1)$ e $Q(x_2, y_2)$ de uma recta, definimos o declive da recta PQ por:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Resolução:

3.1 Observando o gráfico verificamos que se trata de uma função afim. A expressão analítica que define esta função é do tipo $y = mx + b$, logo, comecemos por calcular o declive da recta. Considerando os pontos de coordenadas $(-3, 0)$ e $(0, 4)$, o declive é dado por:

$$m = \frac{0-4}{-3-0} \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$$

Como a ordenada na origem é 4, obtemos a expressão:

$$y = \frac{4}{3}x + 4$$

que define a recta que representa a função $f(x) = \frac{4}{3}x + 4$.

3.2 Consideremos as coordenadas de dois pontos que pertencem à recta. Os únicos pontos neste caso devidamente identificados são $(3, 0)$ e $(0, 2)$.

O declive é dado por $m = -\frac{2}{3}$. A equação da recta é $y = -\frac{2}{3}x + 2$ e a função é então definida por:

$$g(x) = -\frac{2}{3}x + 2$$

3.3 Esta representação gráfica é também uma recta, mas definida por uma função constante do tipo: $y = b$, $b \in \mathbb{R}$, em que b toma o valor 1.
Então, podemos defini-la por $y = 1$. A função pode então ser definida por:

$$h(x) = 1$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

<u>Exercício 1:</u> Escreve a expressão analítica das seguintes rectas:

a) Tem declive –1 e ordenada na origem 1.

b) Tem declive 2 e passa no ponto (0, 3).

c) Passa no ponto (0, 3) e é paralela à recta da equação y = -3x + 5.

<u>Exercício 2:</u>

a) Associa a cada uma das rectas **q**, **r**, **s**, **t** representadas, uma das seguintes equações:

❶ $y = 2x$

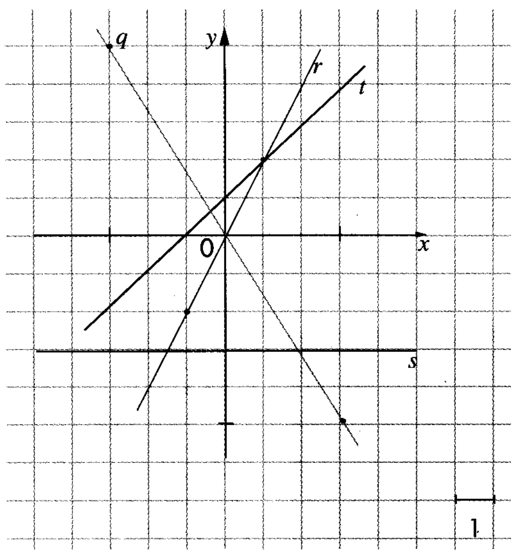
❷ $y = -3$

❸ $y = x + 1$

❹ $y = -\frac{5}{3}x$

❹

b) A qual das rectas anteriores pertence cada um dos seguintes pontos: **A** (1,3) ; **B** (-1,0) ; **C** (3, -5) ; **D** (-2,-4) ?



Exercício 3: Considera as funções definidas por :

f(x) = - x + 2 e **g(x) = 2x – 4**

a) Calcula: f (0) , f (2) , g (2) e g (1).

b) Representa no mesmo referencial cartesiano as funções **f** e **g** .

c) Determina graficamente o valor de **x** de modo que :

f(x) = g (x) .

Confirma analiticamente o resultado resolvendo a equação **f(x) = g (x)** .

Exercício 4: Estuda as seguintes funções reais de variável real quanto à monotonia e sinal, indicando os respectivos pontos de intersecção dos seus gráficos com os eixos coordenados.

a) $a(x) = -\frac{1}{5}x + 4$

b) $b(x) = 0{,}4x - 10$

c) $c(x) = \pi x + 6$

d) $d(x) = -\frac{\sqrt{2}}{5}x - 8$

Exercício 5: Considera a família de funções reais de variável real:

$$f(x) = \frac{k}{2}x + 3,\ k \in \Re .$$

Indica um valor real de k de modo que:

a) f seja crescente em k .

b) A função tenha um zero no ponto de abcissa 6.

c) O gráfico da função seja uma recta horizontal.

Bom trabalho.
Marta Campos